Lätta konstruktioner

VT2 7,5 hp halvfart

Lars Bark och Janne Carlsson

MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Tisdag 27:e mars 8:15 – 12:00
upprop & kursstart PPU422 Material

- Förmiddagens agenda
  - Upprop
  - Kursupplägg
  - Paus
  - Introduktion till lätta konstruktioner

Introduktion till lätta konstruktioner

- Hur gör vi en lätt konstruktion?
- Det är lätt!
- Vi tar så lite som möjligt av något så lätt som möjligt.
- Men... Det blir ingen bra konstruktion!
- Vi vill inte bara ha en lätt konstruktion.

Kundbehov

- Vår konstruktion måste uppfylla kundens samtliga behov
  - Den ska vara snygg
  - Den ska vara billig
  - Den ska vara miljövänlig
  - Den ska vara säker
  - Den ska hålla
  - Den ska fungera
  - Den ska vara lätt

Fokus för vår kurs – Lätta konstruktioner

- Den ska hålla
- Den ska fungera
- Den ska vara lätt
- Detta är våra primära kundbehov

Designkrav från kundbehov

- Den ska hålla:
  - Vi kan ställa krav på att vår konstruktion ska klara en viss belastning.
  - Vi har krav på konstruktionens styrka
- Den ska fungera:
  - Vi kan ställa krav på konstruktionens styvhet uttryckt i en maximalt tillåten deformation.
  - Vi har krav på konstruktionens styvhet
- Den ska vara lätt:
  - Vi vill ha en lättviktskonstruktion med en låg massa.

Från designkrav till optimal lättviktskonstruktion

- I hållfasthetsläran har vi alltid 3 grundsamband
- Jämvikt
- Materialsamband
- Deformationssamband
- Med dessa samband kan vi ta fram ett kriterium som ska maximeras för en optimal lättviktskonstruktion

Exempel: Viktoptimal dragstång

- Jämvikt:
  - $F = \sigma A$
- Materialsamband:
  - $\sigma = E\varepsilon$
- Deformationssamband:
  - $\delta = L\varepsilon$
- Konstitutivt samband för dragstången:
  - $\delta = FL/EA$

Exempel: Viktoptimal dragstång

- Vi vill minimera dragstångens massa:
  - $m = AL\rho$

- Från jämvikten har vi dock krav på Arean, A:
  - $A = \frac{F}{\sigma} \geq \frac{F}{\sigma_f}$

- Från det konstitutiva sambandet har vi också krav på A:
  - $A = \frac{FL}{E\delta} \geq \frac{FL}{E\delta_{max}}$

Exempel: Viktoptimal dragstång

- Styrka eller styvhet?
  - $A \geq \frac{F}{\sigma_f}$, krav på styrka
  - $A \geq \frac{FL}{E\delta_{max}} = \frac{F}{E\varepsilon_{max}}$, krav på styvhet

- Om $\sigma_f < E\varepsilon_{max}$ så blir styrkan begränsande

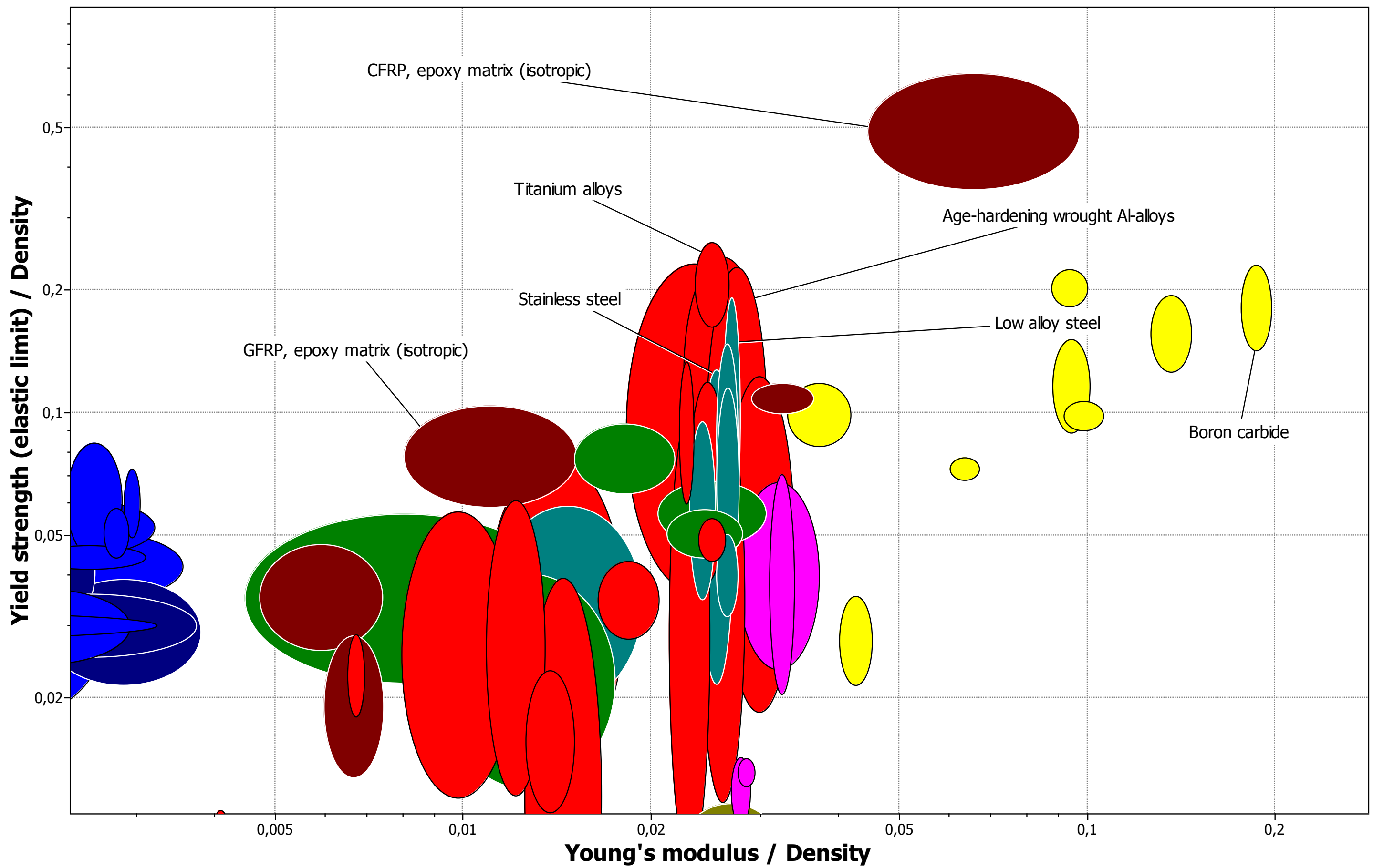
- Om $\sigma_f > E\varepsilon_{max}$ så blir styvheten begränsande

Exempel: Viktoptimal dragstång

- Om styrkan ställer högst krav får vi:
  - $m = AL\rho \geq \frac{FL\rho}{\sigma_f} = (F)(L)(\frac{\rho}{\sigma_f})$
  - Med $M_{t1} = \frac{\sigma_f}{\rho}$
    får vi ett materialindex som är maximalt för en optimalt stark dragstång

- Om styvheten ställer högst krav får vi:
  - $m = AL\rho \geq \frac{FL\rho}{E\delta_{max}} = \left(\frac{F}{\delta_{max}}\right)(L)(\frac{\rho}{E})$
  - Med $M_{t2} = \frac{E}{\rho}$
    får vi ett materialindex som är maximalt för en optimalt styv dragstång

Optimala materialindex för en dragstång



Exempel: Viktoptimal balk med kvadratiskt tvärsnitt

- Maximal böjspänning:
  - $\sigma_{max} = \frac{M}{W_B}$
  - $W_B = \frac{bh^2}{6} = \frac{b^3}{6} = \frac{A^{3/2}}{6}$

- Konstitutivt samband för balken:
  - $\delta = FL^3/cEI$, där c är en numerisk konstant
  - $I = \frac{bh^3}{12} = \frac{A^2}{12} = FL^3/cE\delta$

Exempel: Viktoptimal balk

- Vi vill minimera balkens massa:
  - $m = AL\rho$

- Från styrkan har vi dock krav på Arean, A:
  - $A = \left(\frac{6M}{\sigma_{max}}\right)^{2/3} \geq \left(\frac{6M}{\sigma_f}\right)^{2/3}$

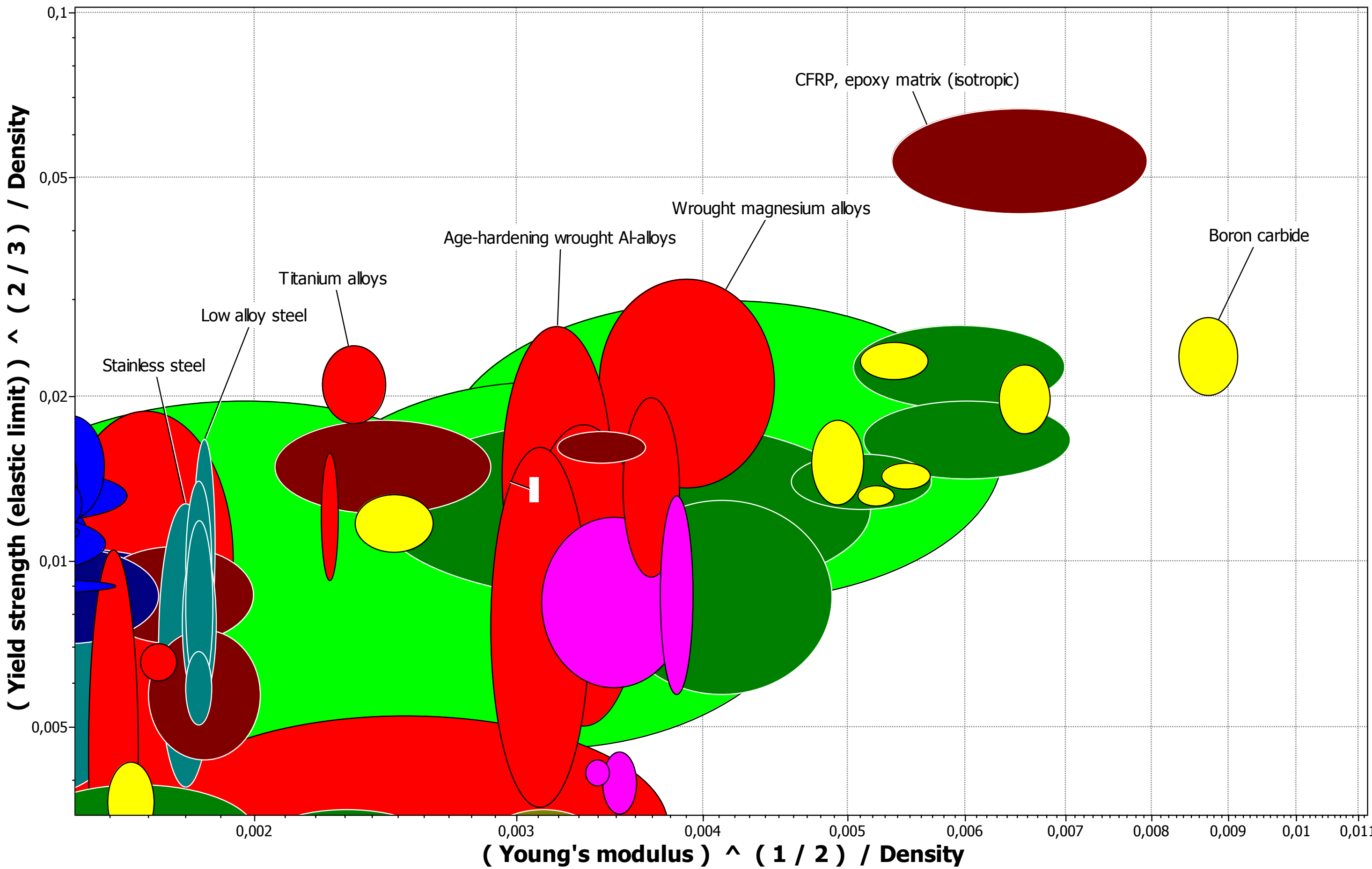
- Från styvheten har vi också krav på A:
  - $A = \left(\frac{12FL^3}{cE\delta}\right)^{1/2} \geq \left(\frac{12FL^3}{cE\delta_{max}}\right)^{1/2}$

Exempel: Viktoptimal balk

- Om styrkan ställer högst krav får vi:
  - $m = AL\rho \geq \left(\frac{6M}{\sigma_f}\right)^{2/3} L\rho = (6M)^{2/3}(L)\left(\frac{\rho}{(\sigma_f)^{2/3}}\right)$
  - Med $M_{b1} = \frac{(\sigma_f)^{2/3}}{\rho}$
    får vi ett materialindex som är maximalt för en optimalt stark balk

- Om styvheten ställer högst krav får vi:
  - $m = AL\rho \geq \left(\frac{12FL^3}{cE\delta_{max}}\right)^{1/2} L\rho = \left(\frac{12F}{c\delta_{max}}\right)^{1/2} (L^{5/2})\left(\frac{\rho}{E^{1/2}}\right)$
  - Med $M_{b2} = \frac{E^{1/2}}{\rho}$
    får vi ett materialindex som är maximalt för en optimalt styv balk

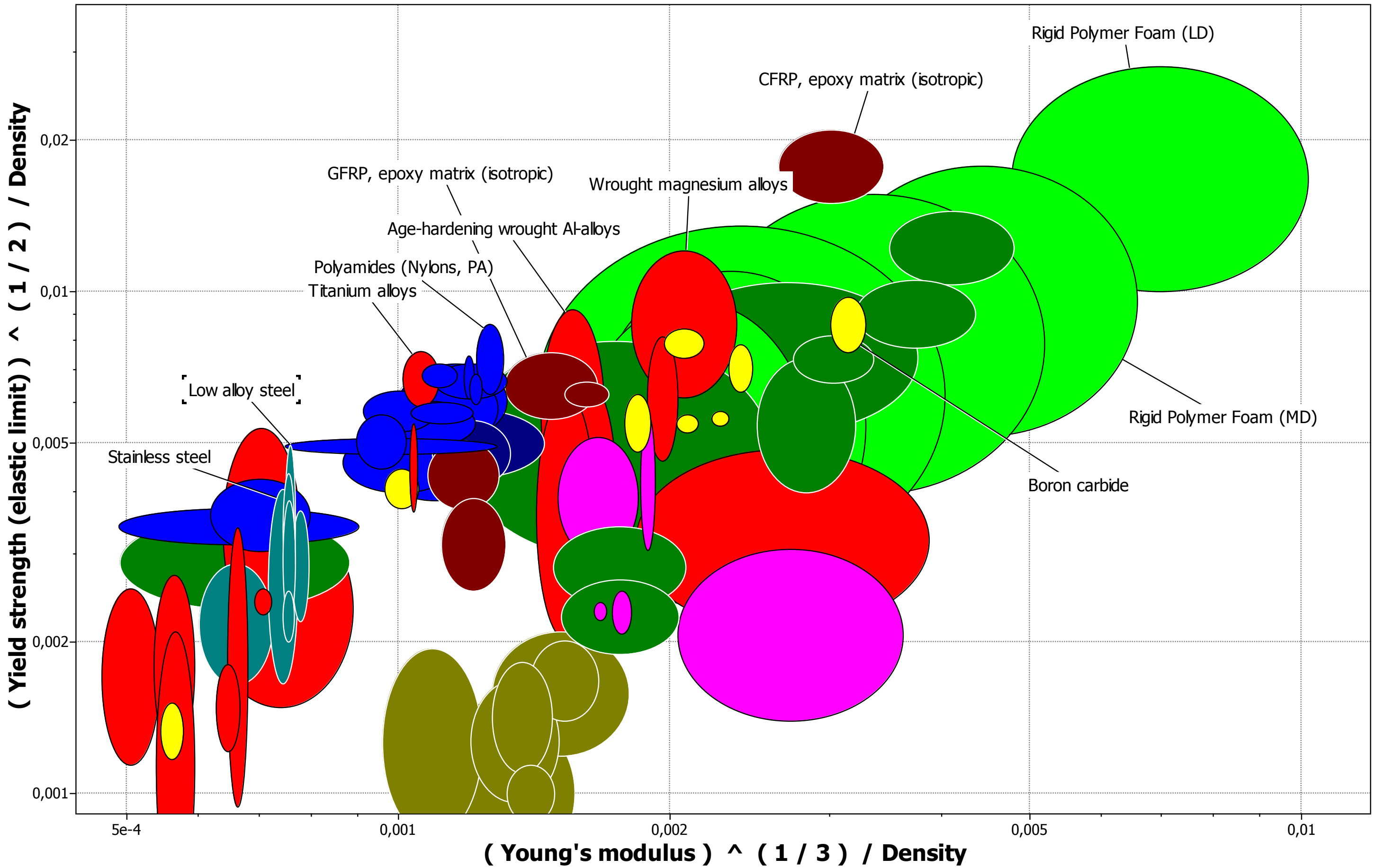
Optimala materialindex för en balk



Exempel: Viktoptimal panel

- Vi vill minimera panelens massa:
  - $m = AL\rho = bhL\rho$
- Om styrkan ställer högst krav får vi:
  - Med $M_{p1} = \frac{(\sigma_f)^{1/2}}{\rho}$ får vi ett materialindex som är maximalt för en optimalt stark panel
- Om styvheten ställer högst krav får vi:
  - Med $M_{p2} = \frac{E^{1/3}}{\rho}$ får vi ett materialindex som är maximalt för en optimalt styv panel

Optimala materialindex för en panel



Val vid lättviktskonstruktion

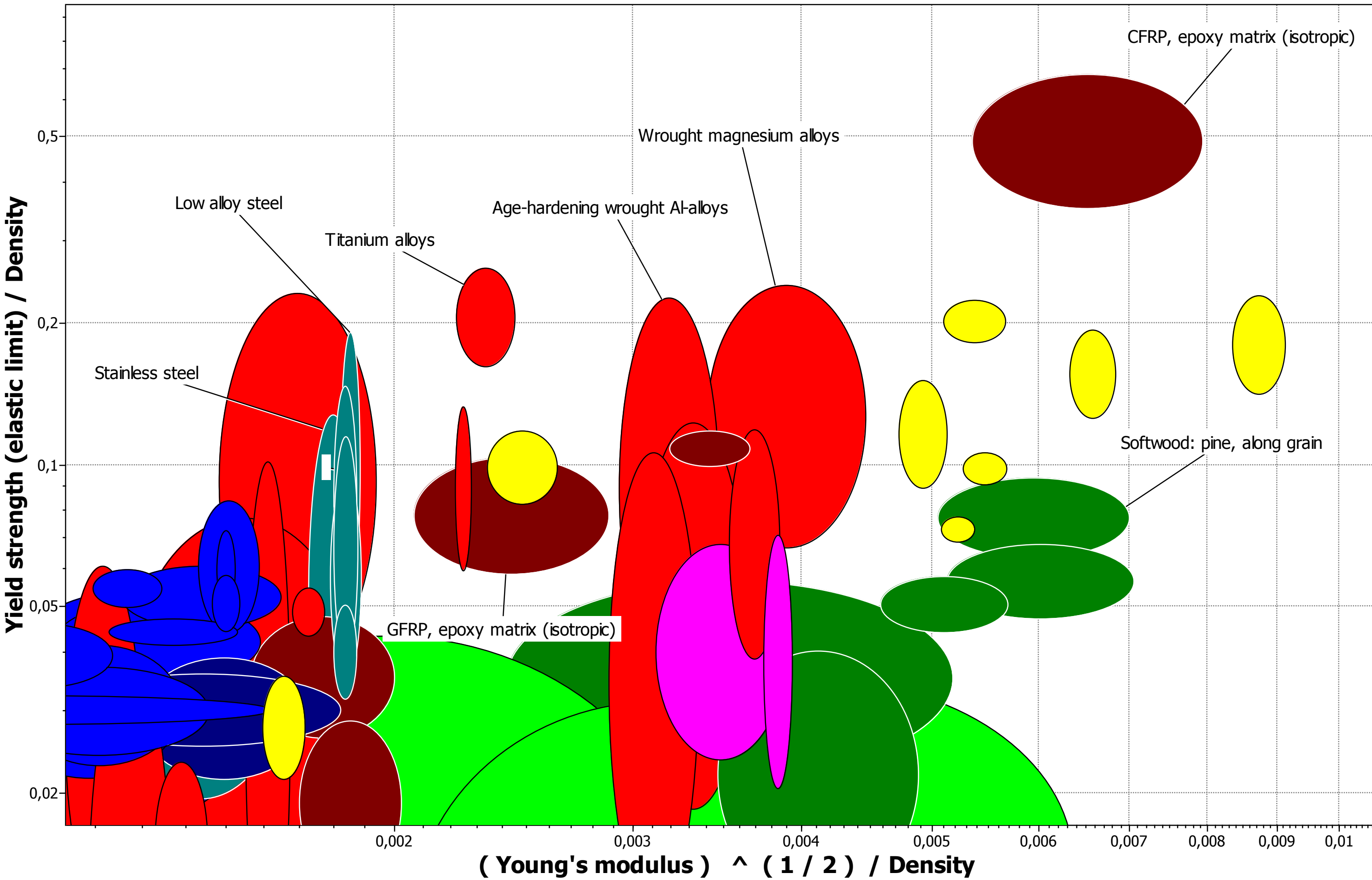
- Vilken funktion har konstruktionen?
  - Dragstång?
  - Balk?
  - Panel?
- Vilka krav är begränsande?
  - Styrka?
  - Styvhet?
- Vilka mål har vi?
  - Minimal vikt?
  - Minimal kostnad?

Exempel: tryckbelastad sträva

- En massiv rundstång används som sträva
- Målet är att minimera vikten
  - $m = AL\rho$

Begränsningar:
  - $\sigma_f \geq \frac{F}{A} \rightarrow A \geq \frac{F}{\sigma_f}$
  - $F \leq P_k = \frac{\pi^2}{4}\frac{EI}{L^2} = \frac{\pi}{16}\frac{EA^2}{L^2} \rightarrow A \geq 4L\sqrt{\frac{F}{\pi E}}$
- För hög last, F, får vi stukning:
  - $m = \frac{F}{\sigma_f}L\rho \rightarrow M = \frac{\sigma_f}{\rho}$
- För låg last, F, får vi knäckning:
  - $m = 4L\sqrt{\frac{F}{\pi E}}L\rho \rightarrow M = \frac{\sqrt{E}}{\rho}$

Optimala materialindex för en sträva



Stukning eller knäckning?

$$\sigma_f^{\,2}/_E$$